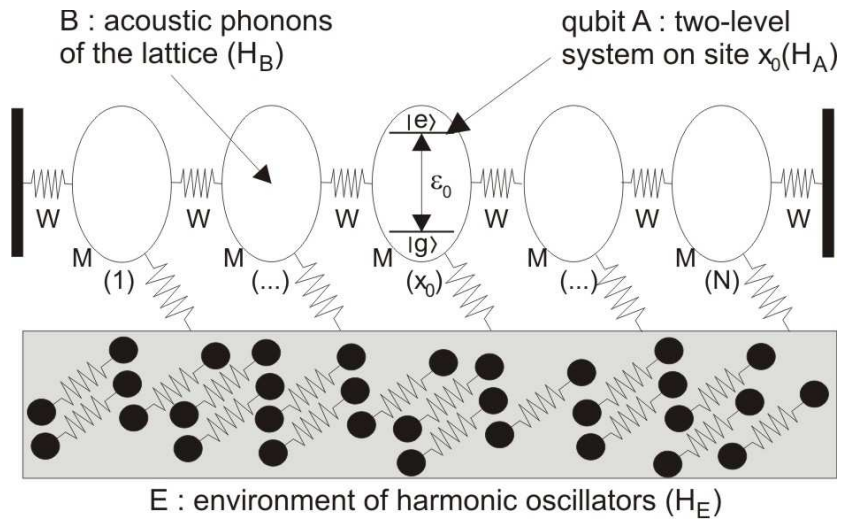


Etude numérique de la cohérence quantique d'un qubit couplé à un champ de phonons en interaction avec un environnement dissipatif



Vincent Pouthier
Institut UTINAM UMR CNRS 6213
Université de Franche-Comté - Besançon

Sommaire

1. Introduction.....	4
2. Quelques définitions	5
3. Paramètres et unités réduites.....	6
4. Facteur de fausse décohérence	7
5. Facteur de vraie décohérence	10
5.1. Cas d'un couplage qubit-phonon linéaire : la vraie décohérence incomplète.....	10
5.2. Influence du couplage qubit-phonon quadratique	13
5.3. Influence de la relaxation des phonons sur leur environnement.....	15
5.4. Cas général	18
6. Evolution temporelle du facteur de décohérence	20
6.1. Position du problème	20
6.2. Le régime under-damped phonons	22
6.3. Le régime over-damped phonons	28
6.4. Influence de la taille du réseau	32
6.5. Conclusion	33

1. Introduction

A travers ces quelques lignes, nous allons réaliser une étude numérique afin de caractériser l'évolution temporelle du facteur de décohérence d'un qubit immergé dans un réseau confiné. La décohérence quantique prend son origine dans le couplage entre le qubit et les phonons acoustiques du réseau. Ceux-ci forment eux-mêmes un système quantique ouvert puisqu'ils sont en interaction avec un environnement dissipatif formé par une infinité d'oscillateurs harmoniques. Notre but est double. Tout d'abord, il s'agit de "mesurer" l'interdépendance entre les deux sources de décohérence quantique qui prennent place lorsque le couplage qubit-phonon possède un terme linéaire et un terme quadratique par rapport aux opérateurs phonons. Ensuite, il convient d'analyser l'influence de la relaxation des phonons, du fait de leur contact avec un environnement, sur les processus de décohérence du qubit.

De par nos études antérieures, on sait que dans un réseau infini, le couplage linéaire induit un phénomène de vraie décohérence¹. Résultant de l'intrication dynamique qubit-phonon, cette vraie décohérence traduit la modification de l'évolution de l'état quantique des phonons (concept de polaron et/ou de déformation du réseau induit par l'excitation du qubit). Par contre, dans un réseau confiné, les récurrences quantiques qui caractérisent la dynamique des phonons induisent un succession de processus de déphasage-rephasage presque périodique. Il n'y a donc pas explicitement de décohérence au sens où la cohérence du qubit, bien qu'altérée, survit sur une échelle de temps infinie². Pour désigner un tel phénomène on parlera plutôt de vraie décohérence incomplète ou partielle. A l'inverse, le couplage quadratique qubit-phonon rend compte de la renormalisation de l'énergie des phonons induite par l'excitation du qubit. Un tel phénomène génère une phase dynamique dans le facteur de décohérence qui caractérise le fait que l'évolution quantique des phonons est modifiée à un terme de phase près. Si ce terme de phase n'altère pas la cohérence du qubit quand les phonons sont initialement dans un état pur, un processus de fausse décohérence prend place lorsqu'il faut réaliser une moyenne statistique sur l'état initial des phonons³.

Lorsque les deux phénomènes prennent place simultanément, comment évolue la cohérence du qubit au cours du temps ? Y-a-t il un processus de décohérence globale ? Si oui, quelle est l'influence de la taille du réseau ? Le couplage linéaire, qui a priori ne brise pas la cohérence de par le confinement, agit-il de la même façon en présence du couplage quadratique ? Enfin comment ces différents processus sont-ils modifiés si l'on tient compte de la relaxation des phonons sur leur environnement dissipatif ?

¹ V. Pouthier, J. Chem. Phys. **132**, 035106 (2010).

² V. Pouthier, Phys. Rev. E **81**, 031913 (2010).

³ V. Pouthier, Phys. Rev. B **83**, 085418 (2011) ; J. Chem. Phys. **134**, 114516 (2011).

2. Quelques définitions

Le facteur de décohérence du qubit est défini par :

$$|F(t)| = D_Q(t) D_\ell(t)$$

$D_Q(t)$ est le facteur de décohérence qui traduit le processus de fausse décohérence induit par la renormalisation de l'énergie des phonons (influence du couplage quadratique Q) :

$$D_Q(t) = \prod_{p=1}^N \left[1 + 4\Delta n_p^2 \sin^2 \left(\frac{\delta\Omega_p t}{2} \right) \right]^{-1/2}$$

où $\Delta n_p^2 = \bar{n}_p(\bar{n}_p + 1)$ désigne les fluctuations thermiques du nombre de phonons du mode p en équilibre thermodynamique lorsque le qubit occupe son état fondamental. \bar{n}_p est le nombre moyen de phonons du mode p correspondant.

$D_\ell(t)$ est le facteur de décohérence qui décrit le processus de "vraie décohérence" qui résulte de l'intrication dynamique qubit-phonon principalement induit par le couplage linéaire ℓ :

$$D_\ell(t) = \exp[-\Phi_\ell(t)]$$

où $\Phi_\ell(t)$ désigne la fonction de décohérence :

$$\Phi_\ell(t) = \sum_{p=1}^N M_p^2 (2\hat{n}_p + 1) \mathcal{L}_2(\tilde{\Omega}_p, \gamma_p, t) + M_p^2 (\bar{n}'_p(t) - \hat{n}_p) [\mathcal{L}_1^2(\tilde{\Omega}_p, \gamma_p, t) + \mathcal{M}_1^2(\tilde{\Omega}_p, \gamma_p, t)]$$

Dans cette expression, γ_p est le taux de relaxation des phonons p et $\tilde{\Omega}_p$ désigne l'énergie corrigée des phonons de par le couplage Q avec le qubit dans son état excité et le couplage avec l'environnement. \hat{n}_p est le nombre moyenne de phonons p à l'équilibre avec une énergie renormalisée $\hat{\Omega}_p = \Omega_p + \delta\Omega_p$ (qubit dans son état excité). Finalement, $\bar{n}'_p(t)$ désigne la partie réelle du nombre de Bose effectif qui s'obtient à partir de \bar{n}_p avec la correspondance $\beta\Omega_p \rightarrow \beta\Omega_p + i\delta\Omega_p t$. Enfin, les fonctions $\mathcal{L}_i(\tilde{\Omega}_p, \gamma_p, t)$ et $\mathcal{M}_i(\tilde{\Omega}_p, \gamma_p, t)$ sont définies en annexe.

On notera que le facteur de fausse décohérence ne dépend que du couplage qubit-phonon quadratique. A l'inverse, le facteur de vraie décohérence est fonction des couplages qubit-phonon linéaire et quadratique ainsi que de la relaxation des phonons.

3. Paramètres et unités réduites

Dans toutes les simulations numériques, la taille du réseau L est paire et le qubit occupe le centre du réseau : $x_0=L/2$. Les paramètres dynamiques sont caractéristiques de ceux d'un qubit vibrationnel. Comme à notre habitude, nous considérerons le cas du mode amide-I dans un hélice-alpha :

$$\Omega_c = 96.86 \text{ cm}^{-1} - W = 15 \text{ Nm}^{-1} - T = 300 \text{ K}$$

$$\chi = 0 \text{ et } 100 \text{ pN} - \delta W = \text{entre } 0 \text{ et } 2 \text{ Nm}^{-1}$$

Pour ne pas être tributaire des paramètres utilisés, nous travaillerons avec des unités réduites. Ainsi, l'unité de temps sera le temps de corrélation du bain de phonons (On notera que ne considérant qu'un seul qubit, on ne peut pas introduire de constante de saut) :

$$\tau_c = \frac{2}{\Omega_c} \Rightarrow \tau = t/\tau_c$$

L'unité d'énergie sera quant à elle mesurée par la fréquence de coupure des phonons. Ainsi, pour mesurer l'intensité du couplage linéaire, on introduira l'énergie réduite :

$$\Delta_\ell = \frac{\Delta_0}{\Omega_c} = \sqrt{\frac{E_B}{2\Omega_c}}$$

où E_B désigne l'énergie de liaison du petit polaron. Dans le même esprit, l'intensité réduite du couplage quadratique sera définie par :

$$\Delta_Q = \frac{\Delta_1}{\Omega_c} = \frac{\delta W}{2W}$$

Enfin, la relaxation des phonons sur leur environnement sera décrit par un modèle de Debye, le taux de relaxation des phonons et les déplacements dynamiques correspondants étant :

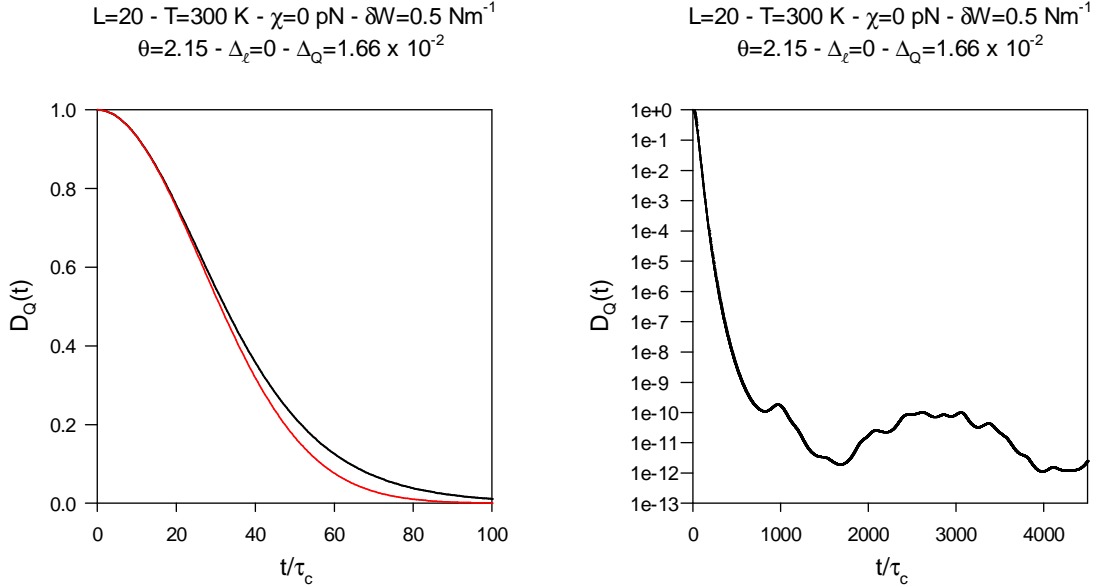
$$\gamma_p = \frac{\gamma_0}{1 + \left(\frac{\Omega_p}{\omega_0}\right)^2} \quad \text{et} \quad \delta_p = \frac{\gamma_0 \frac{\Omega_p}{\omega_0}}{1 + \left(\frac{\Omega_p}{\omega_0}\right)^2}$$

L'intensité du couplage entre les phonons et leur environnement sera alors mesurée par le paramètre sans dimension :

$$\eta = \frac{\gamma_0}{\Omega_c}$$

4. Facteur de fausse décohérence

Les figures suivantes montrent le phénomène de fausse décohérence induit par le couplage quadratique (uniquement). Il se traduit *a priori* par une décroissance du facteur de décohérence $D_Q(t)$:



De manière générale, l'évolution temporelle du facteur de décohérence est relativement bien décrite par une loi gaussienne qui correspond à une extrapolation du comportement aux temps courts de $D_Q(t)$ (courbe rouge) :

$$D_Q(t) \approx \exp\left(-\frac{1}{2}\Gamma_Q^2 t^2\right) \quad \text{avec un taux} \quad \Gamma_Q = \sqrt{\sum_{p=1}^N \Delta n_p^2 \delta \Omega_p^2}$$

Le taux de décohérence Γ_Q varie typiquement selon la loi haute température :

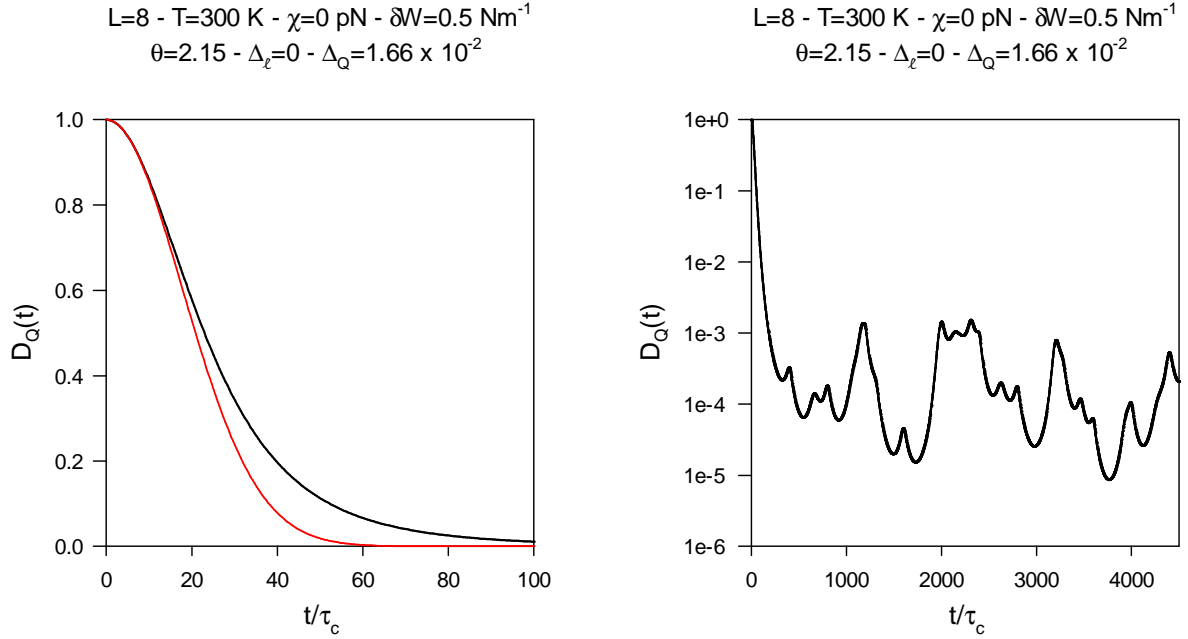
$$\Gamma_Q \sim \frac{2.4\Delta_Q kT}{\sqrt{L}}$$

Il décroît donc avec la taille du réseau ce qui révèle que la fausse décohérence est intrinsèquement liée au confinement et disparaît *a priori* dans un réseau infiniment grand⁴.

Cependant, il convient d'être prudent puisque l'isomorphisme avec la loi gaussienne dépend de la taille du réseau. En effet, bien que $D_Q(t)$ décroisse selon la gaussienne aux temps courts et intermédiaires, une décroissance plus lente prend place aux temps longs. Cet effet est

⁴ V. Pouthier, J. Chem. Phys. **137**, 114702 (2012).

d'autant plus marqué que la taille du réseau est petite. En outre, aux temps longs, on voit apparaître des retours de cohérence dont l'intensité dépend de la taille du réseau. Pour $L=20$, la cohérence aux temps longs reste inférieure à 10^{-10} sur l'échelle de temps considérée. Dire que le facteur de décohérence tend vers zéro n'est donc pas une approximation grossière. Par contre, pour $L=8$, plusieurs récurrences quantiques font que le facteur de décohérence peut atteindre 10^{-3} aux temps longs, une valeur clairement différente de zéro !!!



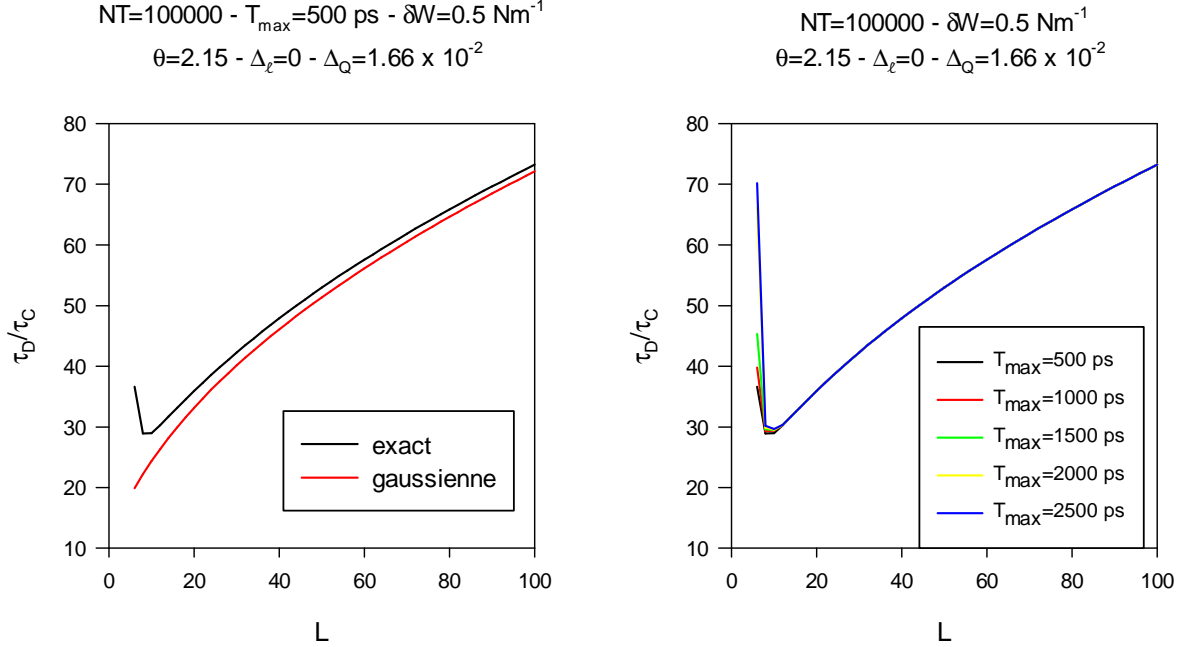
Dans ces conditions, il existe une taille critique en dessous de laquelle il n'y a pas explicitement de décohérence. Le temps de décohérence⁵ τ_D dépend du temps maximum de simulation T_{\max} et donc diverge lorsque T_{\max} tend vers l'infini. Ceci est illustré sur le tableau suivant et sur les figures qui suivent.

T_{\max} (ps)	τ_D/τ_C (L=6)	τ_D/τ_C (L=8)	τ_D/τ_C (L=20)
500	36.62465	28.91973	35.92520
1000	39.79447	29.31754	35.92520
1500	45.29455	29.59298	35.92520
2000	66.13622	29.87407	35.92520

Ainsi, lorsque $L>10$, la dépendance de τ_D vis-à-vis de T_{\max} est négligeable si bien que l'on peut dire qu'un processus de fausse décohérence prend place. Le temps de décohérence croît avec la taille et la loi gaussienne est relativement correcte.

⁵ D'après nos calculs annexes, quel que soit le facteur de décohérence $D(t)$, le temps de décohérence est défini par : $\tau_D = \int_0^\infty D(t)dt$

A l'inverse, lorsque $L < 10$, la dépendance de τ_D vis-à-vis de T_{\max} devient importante si bien que l'on ne peut plus négliger les retours de cohérences. La fausse décohérence est incomplète et la loi gaussienne inadaptée.



Lorsque le qubit se couple avec un unique mode de phonons, il est relativement simple de caractériser les retours de cohérence. Ceux-ci prennent place périodiquement avec une période T_p si bien qu'aux temps $T_p, 2T_p, 3T_p \dots$ le facteur de décohérence retrouve sa valeur initiale égale à l'unité. La période est définie par :

$$T_p = \frac{2\pi}{\delta\Omega_p}$$

Cependant, lorsque l'on tient compte de l'ensemble des modes de phonon, les choses ne sont pas si simple puisqu'un processus de brouillage (interférence) apparaît. Mais on retrouve clairement la signature de ces retours de cohérence. Cette signature est alors d'autant plus marquée que N est petit, le processus de brouillage augmentant avec le nombre de modes.

Exemple : sur la courbe $D_Q(t)$ vs t pour $L=8$, on note une première récurrence sur une échelle de temps voisine de 1150-1200 fois τ_c . Ce pic correspond à la signature du retour de cohérence induit par le mode $p=2$ dont le revival time est égal à $T_2=1154\tau_c$.

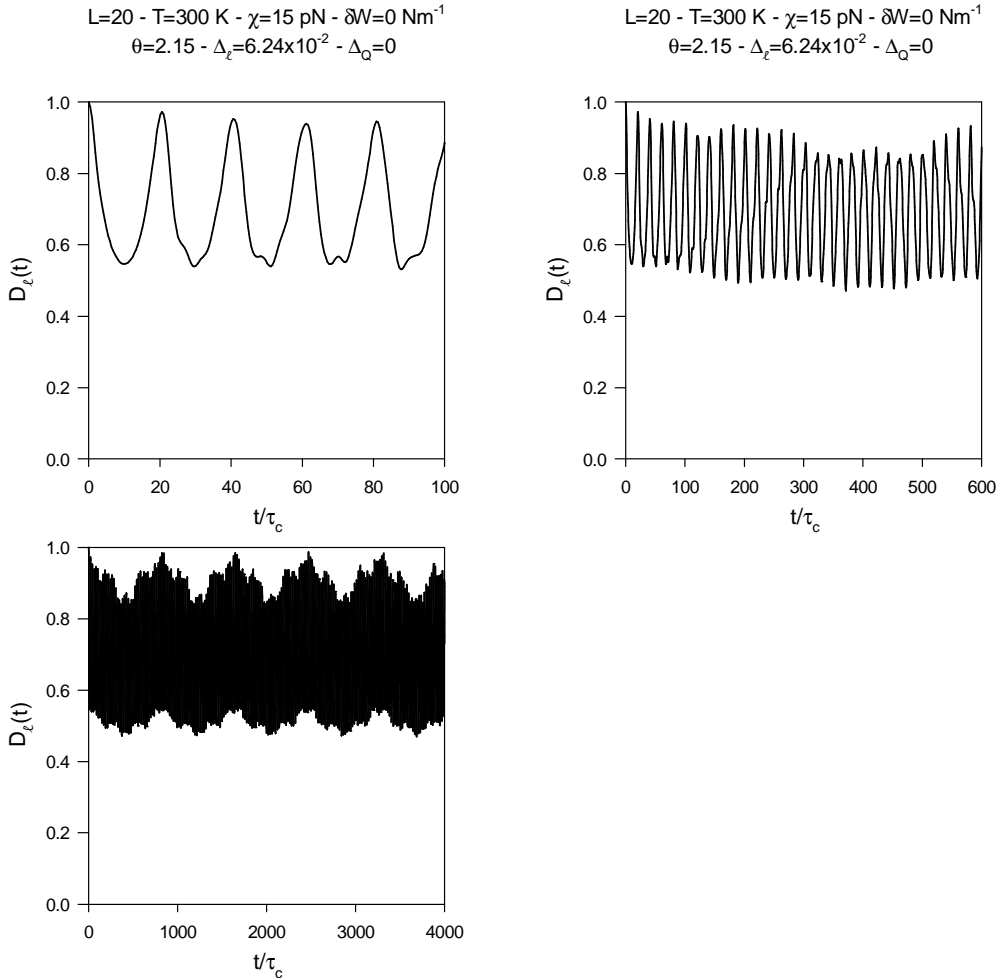
5. Facteur de vraie décohérence

5.1. Cas d'un couplage qubit-phonon linéaire : la vraie décohérence incomplète

En l'absence du couplage quadratique et en négligeant la relaxation des phonons sur leur environnement, le facteur de vraie décohérence $D_\ell(t)$ s'écrit :

$$D_\ell(t) = \exp \left[- \sum_{p=1}^N M_p^2 (2\bar{n}_p + 1) (1 - \cos(\Omega_p t)) \right]$$

Dans la limite du couplage faible, le comportement de $D_\ell(t)$ est illustré sur les figures suivantes :



$D_\ell(t)$ mesure la mémoire que possède les phonons de leur état initial lorsque leur évolution quantique est perturbée par l'excitation du qubit. De par le confinement, le spectre des phonons est discret si bien que leur dynamique est le siège de récurrences quantiques caractérisées par diverses échelles de temps. Ces récurrences confèrent à la fonction mémoire

une allure presque périodique. Ainsi, aux temps courts, le processus de déphasage-rephasage est clairement la signature des allers-retours des ondes acoustiques dans le réseau confiné. Ceux-ci sont caractérisés par le temps de récurrence classique $T_0 = L\tau_c$ nécessaire aux phonons pour parcourir le réseau à la vitesse du son. Sur une demi-période, les phonons s'écartent de leur état initial ce qui entraîne un processus de déphasage : le facteur de décohérence décroît avec un taux Γ_ℓ défini par (à haute température) :

$$\Gamma_\ell = \frac{4E_B kT}{\Omega_c}$$

Puis, sur la demi-période suivante, les phonons recouvrent leur état initial ce qui entraîne un processus de rephasage : le facteur de décohérence croît avec un même taux Γ_ℓ . On observe donc une évolution presque périodique de $D_\ell(t)$ entre l'unité et un minimum de l'ordre de :

$$D_{\ell\min} = \exp \left[-\frac{2E_B kT}{\Omega_c^2} (L-2) \right] \sim \exp \left[-\frac{1}{4} \Gamma_\ell T_0 \right]$$

Si on néglige le temps de corrélation des phonons devant T_0 , le phénomène de déphasage-rephasage sur une période est relativement bien capturé par la loi suivante :

$$D_\ell(t) = \exp \left[-\Gamma_\ell \left(t - \frac{t^2}{T_0} \right) \right]$$

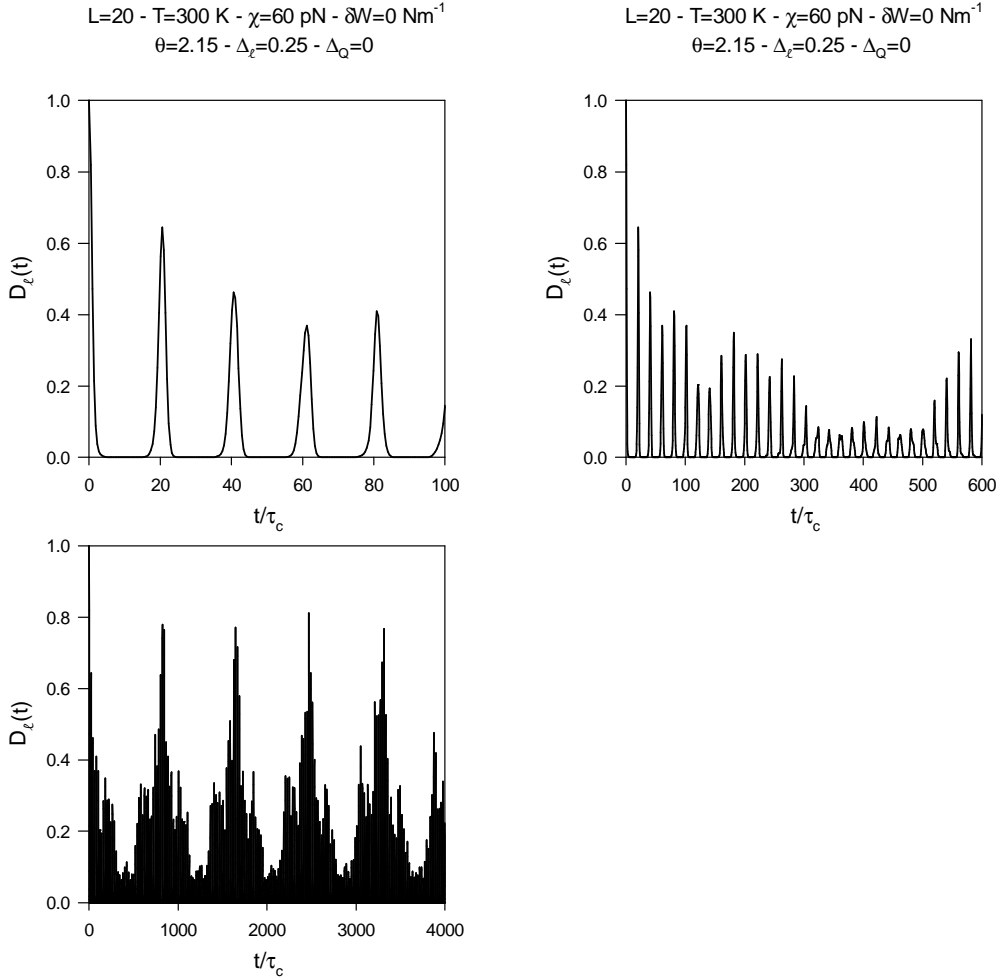
Dans la limite du couplage faible, $\Gamma_\ell T_0 \ll 1$, $D_\ell(t)$ présente donc des oscillations presque périodique juste en dessous de l'unité : le degré de cohérence du qubit est clairement conservé. On notera que sur des échelles de temps plus longues, le processus n'est pas explicitement périodique du fait de la dispersion des phonons si bien que chaque rephasage ne compense pas exactement le déphasage qui le précède. Par contre, on voit clairement apparaître l'existence de "super-revival time" 100 fois plus longs que T_0 pour lesquels la cohérence du qubit revient presque à son niveau de départ.

Lorsque le couplage linéaire est plus important (voir les figures suivantes), le taux Γ_ℓ croît si bien que les temps de déphasage et de rephasage sont beaucoup plus courts que la presque période T_0 : $\Gamma_\ell T_0 \gg 1$. Par conséquent, on voit clairement disparaître la cohérence du qubit suite au premier processus de déphasage, le facteur de décohérence devenant nul. Néanmoins, la cohérence réapparaît plus tard de par le processus de réphasage. Mais dans ce cas, l'influence de la dispersion est exacerbée si bien qu'un rephasage est loin de compenser le déphasage qui le précède. Globalement, le facteur de décohérence semble clairement décroître au cours du temps. Mais ceci n'est qu'une apparence car, comme précédemment, des retours de mémoires gouvernent la dynamique de la cohérence du fait des récurrences quantiques qui caractérisent la propagation des phonons. Sur des échelles de temps relativement longues, le facteur de décohérence redevient de l'ordre de sa valeur initiale proche de l'unité.

D'après les résultats de la Ref.[2], la dynamique des phonons est gouvernée par un super-revival time défini par :

$$T_{sr} = \frac{L^3 \tau_c}{\pi^2}$$

Avec les paramètres utilisés on obtient $T_{sr} = 810.56 \tau_c$, en très bon accord avec les résultats montrés sur les figures.



Ces différents résultats montrent que dans un réseau confiné, il n'y a pas explicitement de décohérence et c'est pour cela que l'on parle d'une vraie décohérence au sens de Joos qui est incomplète ou partielle.

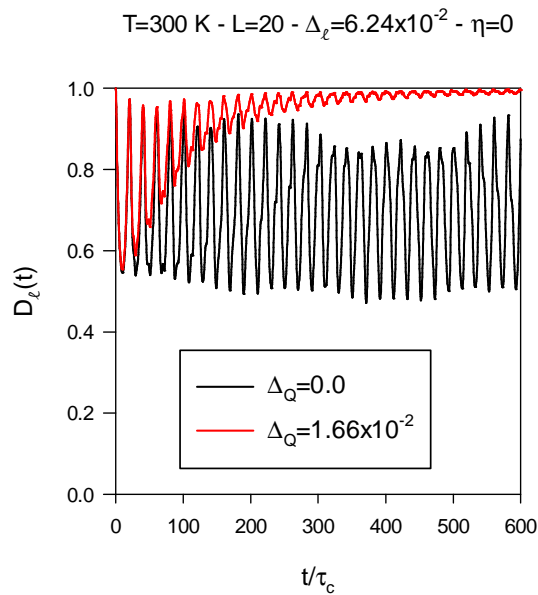
On peut d'ailleurs mettre en évidence cette absence de décohérence en calculant le temps de décohérence τ_D . En effet, nous avons vérifié que τ_D est une fonction linéaire du temps maximum T_{max} des simulations donnée par $\tau_D = \mu T_{max}$. Dans la limite T_{max} tend vers l'infini, τ_D tend aussi vers l'infini, indiquant l'absence de décohérence. Le facteur μ dépend de l'intensité du couplage et on a $\mu=0.69$, 0.28 et 0.042 pour $\chi=15$, 30 et 60 pN.

5.2. Influence du couplage qubit-phonon quadratique

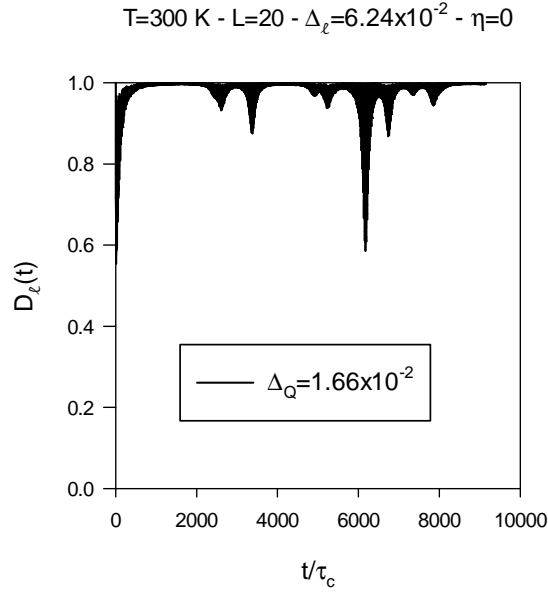
Lorsque l'on tient compte du couplage quadratique qubit-phonon, le facteur de vraie décohérence $D_\ell(t)$ est isomorphe à celui décrit précédemment. Cependant, une différence importante apparaît puisque tout se passe comme si l'état statistique des phonons était décrit par une matrice densité effective dépendante du temps avec la correspondance $\beta\Omega_p \rightarrow \beta\Omega_p + i\delta\Omega_p t$. Le facteur de décohérence est alors défini par :

$$D_\ell(t) = \exp \left[- \sum_{p=1}^N M_p^2 (2\bar{n}'_p(t) + 1) (1 - \cos(\widehat{\Omega}_p t)) \right]$$

où $\bar{n}'_p(t)$ désigne la partie réelle du nombre de Bose-Einstein effectif associé aux phonons du mode p . Dans la limite du couplage faible, le comportement de $D_\ell(t)$ est illustré sur la figure suivante pour $\chi=15$ pN, $\delta W=0.0$ Nm⁻¹ (courbe noire) et $\delta W=0.5$ Nm⁻¹ (courbe rouge) :



Lorsque le couplage quadratique est non nulle, le facteur de vraie décohérence montre le processus de déphasage-rephasage uniquement aux temps courts. Sur des échelles de temps plus importantes, on observe un amortissement des oscillations et une disparition progressive du processus de déphasage-rephasage. Le facteur de décohérence semble alors tendre vers une valeur constante relativement proche de l'unité. Avec les paramètres de la figure, si on considère une atténuation exponentielle, le temps typique d'amortissement des oscillations est voisin de $\tau \sim 125\tau_c$. Cependant, le comportement aux temps longs n'est qu'une apparence car des phénomènes de revivals prennent place, entraînant une soudaine réduction du facteur de décohérence.



Le phénomène d'amortissement des oscillations résulte d'un processus d'interférence (ou de brouillage) entre les diverses composantes de la fonction de décohérence $\Phi_\ell(t)$. Ce processus d'interférence prend son origine dans la dépendance temporelle des fonctions de Bose-Einstein effective $\bar{n}'_p(t)$ définies par :

$$\bar{n}'_p(t) = \bar{n}_p \frac{(\bar{n}_p + 1) \cos(\delta\Omega_p t) - \bar{n}_p}{1 + 4\Delta n_p^2 \sin^2(\delta\Omega_p t/2)}$$

$\bar{n}'_p(t)$ est une fonction périodique, de période $T_p = 2\pi/\delta\Omega_p$, qui varie entre \bar{n}_p et une valeur proche de $-1/2$ à haute température. Chaque période étant propre à chaque mode de phonons, un processus d'interférence apparaît et induit un amortissement. Sur l'échelle de temps de cet amortissement, $\bar{n}'_p(t)$ est relativement bien décrit par son comportement aux temps courts qui conduit à une décroissance gaussienne :

$$\bar{n}'_p(t) \sim \bar{n}_p \exp(-\Delta n_p^2 \delta\Omega_p^2 t^2)$$

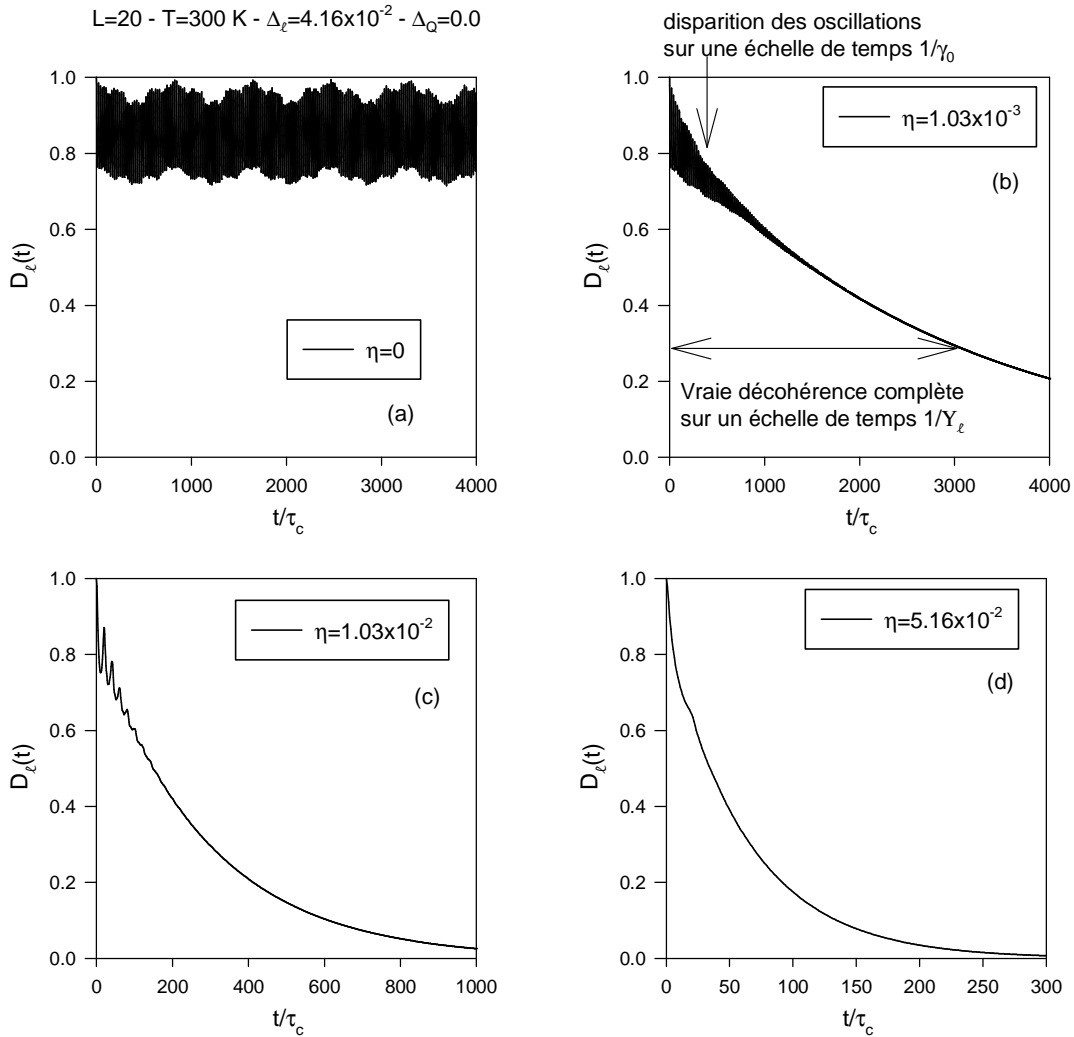
Or, à haute température, la décroissance est quasiment la même pour tous les modes. Le couplage qubit-phonon quadratique favorise donc un amortissement des oscillations du facteur de vraie décohérence révélatrice du processus de déphasage-rephasage selon un taux typiquement de l'ordre de : $\Gamma_Q/\sqrt{L} \sim 2.4\Delta_Q kT/L$

Avec les paramètres utilisés, le temps d'amortissement correspondant est $\tau = 118.37\tau_c$, en parfait accord avec nos observations. A ce stade, on notera que les récurrences apparaissent à des temps longs qui correspondent aux diverses périodes $T_p = 2\pi/\delta\Omega_p$. En particulier, avec les paramètres utilisés on a $T_{p=2} = 6175\tau_c$ et $T_{p=4} = 3371\tau_c$, deux temps qui correspondent clairement à deux revivals pour lesquels le facteur de décohérence s'atténue.

5.3. Influence de la relaxation des phonons sur leur environnement

Lorsque l'on tient compte de la présence de l'environnement d'oscillateurs, les phonons forment un système ouvert qui échange en permanence de l'énergie. Chaque phonon possède alors une durée de vie finie. On observe une relaxation de population qui traduit un processus de thermalisation des phonons. De plus, la durée de vie finie des phonons altère leur nature cohérente. Une relaxation de phase apparaît ce qui entraîne une décroissance temporelle du propagateur des phonons. Dans ces conditions, il est clair que la présence de l'environnement modifie profondément la dynamique des phonons confinés. Or, le facteur de vraie décohérence du qubit étant fonction du propagateur des phonons, on s'attend à ce que la relaxation de phase qui affecte les phonons joue aussi un rôle fondamental sur la décohérence quantique du qubit.

Pour illustrer ceci, l'évolution temporelle du facteur de vraie décohérence est représentée sur la figure suivante pour un couplage linéaire faible ($\chi=10$ pN - $\delta W=0.0$ Nm⁻¹) et pour $\gamma_0=0, 0.1, 1.0$ et 5.0 cm⁻¹.



Ces figures montrent clairement que la relaxation des phonons modifie l'évolution de la cohérence du qubit selon deux mécanismes bien précis :

- Puisque les phonons possèdent une durée de vie finie, un amortissement des oscillations du facteur de décohérence prend place. Cet amortissement traduit la disparition de la nature cohérente des phonons au fur et à mesure de leur propagation et donc la disparition des processus de déphasage-rephasage du fait des effets de perte de mémoire. Cet amortissement prend place sur une échelle de temps de l'ordre de $1/\gamma_0$. Selon les conditions, différents régimes prennent place.
 - le régime "**underdamped phonons**" apparaît si $\gamma_0 T_0 \ll 1$. Dans ce cas, la durée de vie des phonons est suffisamment longue devant le temps de récurrence classique. La nature cohérente de leur mouvement confiné se manifeste et on observe des oscillations (voir figure b).
 - le régime "**overdamped phonons**" apparaît si $\gamma_0 T_0 \gg 1$. Dans ce cas la durée de vie des phonons est courte devant le temps de récurrence classique et leur nature cohérente ne peut pas être observée (voir figure d).
 - le régime intermédiaire, noté simplement "**damped phonons**" correspond au cas $\gamma_0 T_0 \sim 1$ ou la durée de vie des phonons est de l'ordre du temps de récurrence classique (voir figure c)
- La destruction de la cohérence des phonons entraîne une perte de mémoire irréversible qui assure la complétude de la vraie décohérence malgré le confinement. Par conséquent, le facteur de décohérence décroît au cours du temps pour finalement tendre vers zéro en suivant une loi typiquement exponentielle. D'après les expressions théoriques de la fonction de décohérence, on a aux temps longs :

$$D_\ell(t) \sim e^{-Y_\ell t}$$

où le taux de décohérence du qubit est défini par :

$$Y_\ell = \sum_{p=1}^N M_p^2 (2\hat{n}_p + 1) \frac{\gamma_p}{\tilde{\Omega}_p^2 + \gamma_p^2}$$

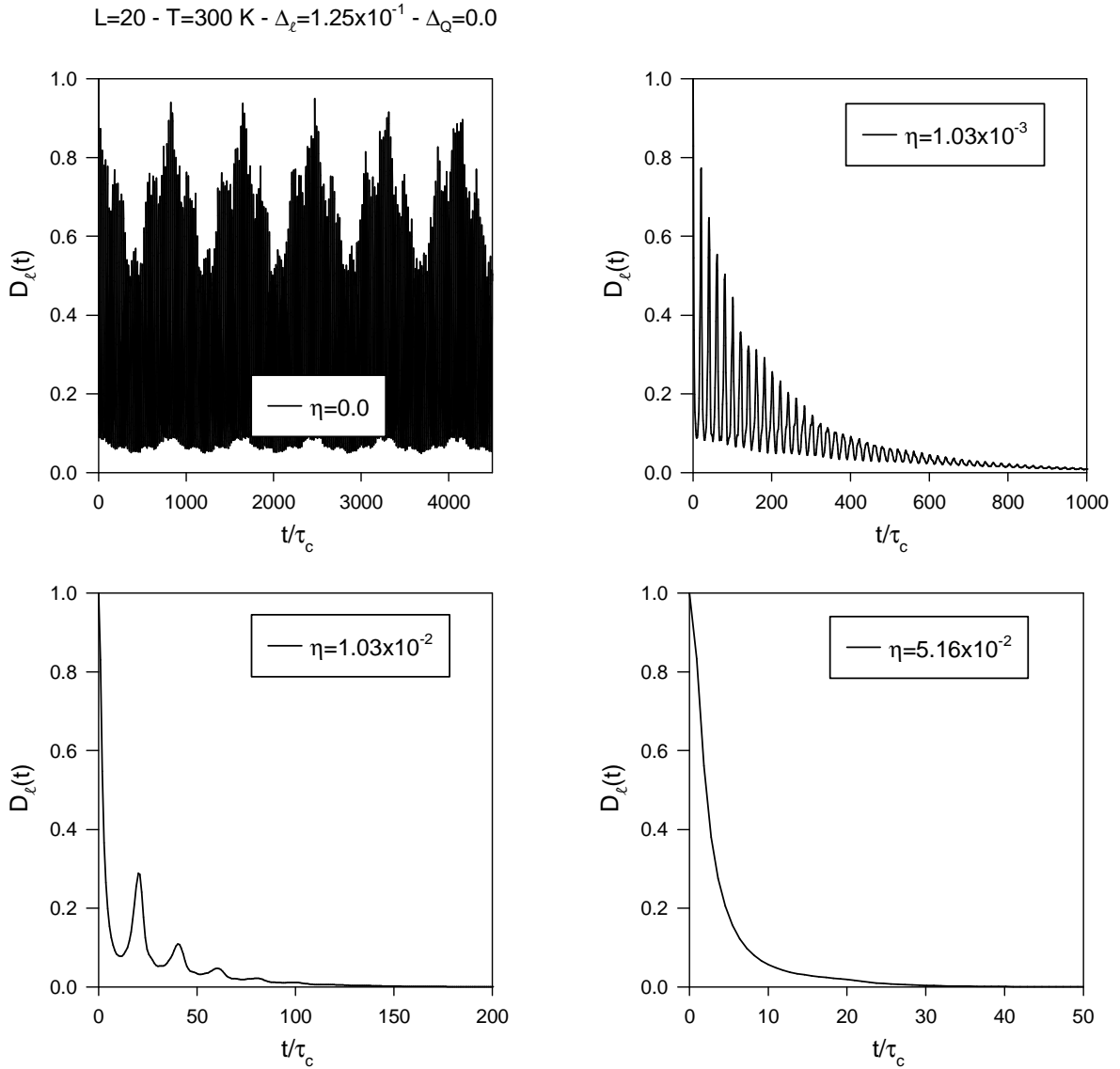
Ainsi, le taux de relaxation des phonons et le taux de décohérence du qubit définissent des échelles de temps qui conditionnent l'apparition de différents régime. Par exemple, si on a $T_0 < \gamma_0^{-1} < Y_\ell^{-1}$ alors on voit quelques oscillations, puis leur amortissement et enfin une décroissance globale du facteur de décohérence. En vertu des valeurs mentionnées dans le tableau ci-dessous, c'est effectivement ce que l'on observe sur les figures b et c. Par contre, sur la figure d, toujours en accord avec le tableau, le régime "overdamped phonons" si bien que l'on n'observe quasiment pas les oscillations.

Tableau : $\chi=10$ pN

γ_0 (cm^{-1})	T_0 (unité τ_c)	$1/\gamma_0$ (unité τ_c)	$1/Y_\ell$ (unité τ_c)	τ_D/τ_C
0.1	20	484.29	2846.63	2397.8
1.0	20	48.42	286.11	241.94
5.0	20	9.68	62.08	54.59

On notera que le temps de décohérence est voisin de $1/Y_\ell$ et ce d'autant plus que γ_0 est important.

L'évolution temporelle du facteur de vraie décohérence est représentée sur la figure suivante pour un couplage linéaire fort ($\chi=30$ pN - $\delta W=0.0$ Nm^{-1}) et pour $\gamma_0=0, 0.1, 1.0$ et 5.0 cm^{-1} .



Pour un couplage linéaire plus fort, on modifie l'amplitude des oscillations et le taux effectif Y_ℓ avec lequel la cohérence du qubit disparaît. Par contre, le temps de relaxation des phonons

reste inchangé. On obtient alors une situation particulière dans laquelle la relaxation des phonons s'effectue sur une échelle de temps de l'ordre du temps de décohérence : $\gamma_0 \sim \Upsilon_\ell$.

Tableau: $\chi=30$ pN

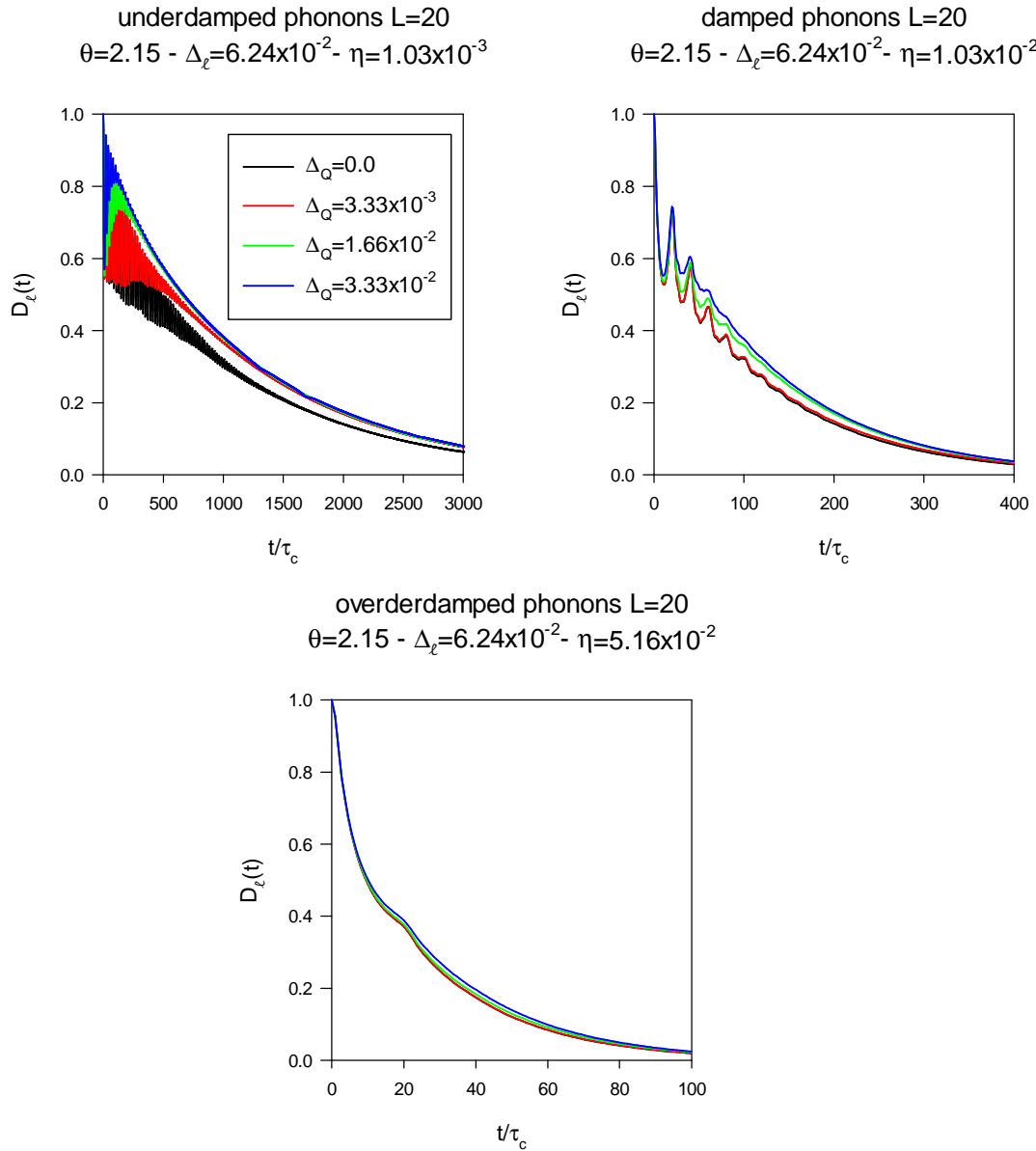
γ_0 (cm ⁻¹)	T_0 (unité τ_c)	$1/\gamma_0$ (unité τ_c)	$1/\Upsilon_\ell$ (unité τ_c)	τ_D/τ_C
0.1	20	484.29	316.29	78.57
1.0	20	48.42	31.79	8.47
5.0	20	9.68	6.89	3.45

5.4. Cas général

Lorsque l'on tient compte de la renormalisation de l'énergie des phonons due au couplage quadratique et de l'interaction entre les phonons et leur environnement dissipatif, l'évolution du facteur de vraie décohérence résulte de la compétition et/ou de l'interdépendance entre différents processus. De manière générale, de par la relaxation des phonons, un processus de vraie décohérence complète et irréversible apparaît. Aux temps longs, le facteur de décohérence décroît de manière exponentielle avec le temps selon un taux Υ_ℓ .

Par contre, sur une échelle de temps courte et/intermédiaire, une compétition apparaît entre les processus à l'origine de l'amortissement des oscillations associées aux phénomènes de déphasage-rephasage. Ceci est illustré sur les figures ci-dessus pour $\chi=15$ pN, $\delta W=0.1$ Nm⁻¹, 0.5 N.m⁻¹ et 1.0 N.m⁻¹ et pour $\gamma_0=0, 0.1, 1.0$ et 5.0 cm⁻¹. Les observations sont les suivantes :

- Lorsque le taux de relaxation des phonons est faible, on se trouve dans le régime underdamped phonons ($\gamma_0 T_0 \ll 1$). Dès que le couplage quadratique δW devient significatif, l'amortissement des oscillations résulte principalement d'un processus d'interférence : $\Gamma_Q/\sqrt{L} \gg \gamma_0$. Aux temps courts et intermédiaires, la vraie décohérence dépend fondamentalement du couplage qubit-phonon quadratique. Par contre, aux temps longs, après la disparition des oscillations, l'évolution du taux de décohérence est indépendant du couplage quadratique.
- Lorsque le taux de relaxation des phonons est fort, on se trouve dans le régime overdamped phonons ($\gamma_0 T_0 \gg 1$). L'amortissement des oscillations résulte principalement de la relaxation des phonons et ce quelle que soit les valeurs physiquement acceptable du couplage quadratique : $\Gamma_Q/\sqrt{L} \ll \gamma_0$. La vraie décohérence complète est alors peu, voire pas, sensible au couplage qubit-phonon quadratique.



- Dans le régime intermédiaire damped-phonons, une compétition apparait entre les sources d'amortissement des oscillations selon la force du couplage quadratique.

6. Evolution temporelle du facteur de décohérence

6.1. Position du problème

Les résultats précédents montrent que différents régimes dynamiques conditionnent les processus de fausse décohérence et de vraie décohérence. Les ingrédients qui permettent d'identifier ces différents régimes sont les suivants :

- *Les paramètres physiques : taille du réseau / température*

- La taille du réseau fixe le temps de récurrence "classique" des phonons : $T_0 = L\tau_c$. Il caractérise la nature cohérente des phonons qui sont confinés dans le réseau moléculaire de taille finie. C'est la période des allers-retours des ondes acoustiques.

- La température est révélatrice du nombre moyen de phonons présent. Elle rend donc compte de l'intensité des différents processus.

- *Le couplage qubit-phonon linéaire*

Révéléateur du degré d'intrication dynamique qubit-phonon, ce couplage entraîne le processus **de vraie décohérence incomplète** : le qubit est le siège d'une succession de processus de déphasage-rephasage, ces processus caractérisant les retours de mémoire des phonons de par leur confinement. Le couplage linéaire fixe alors le taux Γ_ℓ avec lequel se produit le déphasage et le rephasage :

$$\Gamma_\ell = \frac{4E_B kT}{\Omega_c} = 8kT\Delta_\ell^2$$

- *Le couplage qubit-phonon quadratique*

Ce couplage entraîne la renormalisation de l'énergie des phonons et induit **le processus de fausse décohérence** (statistique sur l'état des phonons). Le facteur de décohérence du qubit présente une décroissance gaussienne caractérisée par le taux Γ_Q :

$$\Gamma_Q = kT \sqrt{\sum_p \frac{\delta\Omega_p^2}{\Omega_p^2}} \sim 2.4kT \frac{\Delta_Q}{\sqrt{L}}$$

- *Le couplage phonon-environnement*

Le couplage entre les phonons et leur environnement est encodée dans le taux de relaxation des phonons γ_0 . Il rend compte de la disparition de la nature cohérente des phonons sur une

échelle de temps de l'ordre de $T_{ph} = \gamma_0^{-1}$. Cette relaxation entraîne **la complétude de la vraie décohérence**.

- *Le facteur $D_Q(t)$*

- Processus de fausse décohérence
- Intrinsèquement lié à la taille finie du réseau (le taux Γ_Q décroît avec L)
- Ne dépend que du couplage qubit-phonon quadratique
- Indépendant de la relaxation des phonons sur leur environnement
- Traduit une décroissance gaussienne dès que $L > 10$

- *Le facteur $D_\ell(t)$*

- Processus de vraie décohérence *a priori* incomplète
- Dépend principalement du couplage qubit-phonon linéaire
- Dépend aussi du couplage qubit-phonon quadratique (concept de matrice densité effective)
- Dépend fondamentalement de la relaxation des phonons sur leur environnement
- Présente des oscillations dont l'amplitude est plus ou moins importante
- Oscillations : succession de processus de déphasage-rephasage.
- Le couplage linéaire régule l'amplitude des oscillations.
- Mais il y a deux sources d'amortissement des oscillations :
 - i) la relaxation des phonons sur leur environnement (durée de vie des phonons)
 - ii) le couplage quadratique (effet d'interférence)
- De par le couplage avec l'environnement, la vraie décohérence devient complète avec un taux Υ_ℓ qui dépend du couplage linéaire qubit-phonon et du taux de relaxation des phonons.

- Généralités

L'évolution temporelle du facteur de décohérence est le résultat de la compétition entre ses différents ingrédients. Ceci entraîne l'apparition de différents régimes clairement identifiés selon la valeur des paramètres du modèle.

6.2. Le régime under-damped phonons

Dans ce régime, le temps de relaxation des phonons $T_{ph} = \gamma_0^{-1}$ est long devant le temps de récurrence "classique": $T_0 = L\tau_c$. La nature cohérente du mouvement des phonons confinés se manifeste donc sur une échelle de temps significative.

- *Couplage linéaire faible - couplage quadratique faible*
 $(\chi=10 \text{ pN}, \delta W=0.1 \text{ Nm}^{-1}, \gamma_0=0.1 \text{ cm}^{-1})$

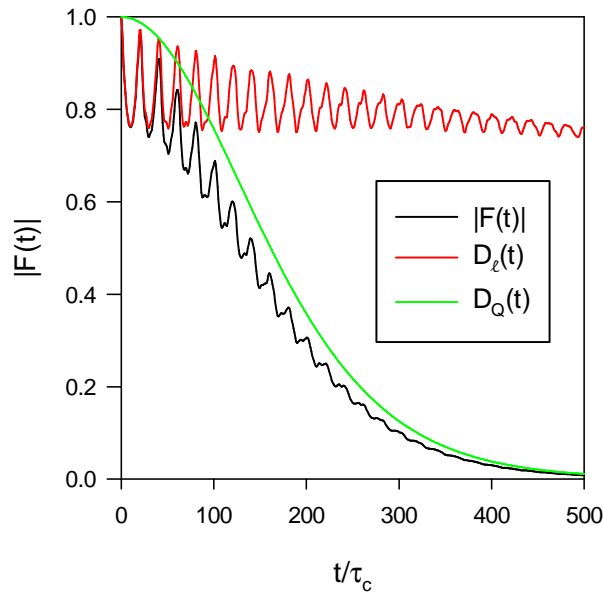
Paramètres (unité Ω_c) :

L	θ	Δ_ℓ	Δ_Q	η
20	2.15	4.16×10^{-2}	3.33×10^{-3}	1.03×10^{-3}

Temps typiques (unité τ_c) :

T_0	Γ_ℓ^{-1}	Γ_Q^{-1}	γ_0^{-1}	$\sqrt{L}\Gamma_Q^{-1}$	Y_ℓ^{-1}
20	16.75	132.34	484.29	591.87	2851.87

$L=20$ - $T=300 \text{ K}$ - $\chi=10 \text{ pN}$ - $\delta W=0.1 \text{ Nm}^{-1}$
 $\theta=2.15$ - $\Delta_\ell=4.16 \times 10^{-2}$ - $\Delta_Q=3.33 \times 10^{-3}$



Dans le régime "under-damped phonons", le temps de relaxation des phonons est grand devant le temps de récurrence classique ($\gamma_0 T_0 \ll 1$) si bien qu'il est possible d'observer les oscillations révélatrices des processus de déphasage-rephasage. Puisque le couplage linéaire est faible ($\Gamma_\ell T_0 \ll 1$ ou $\Gamma_\ell T_0 \sim 1$), ces oscillations sont de faible amplitude et *a priori* chaque déphasage est relativement bien compensé par le rephasage suivant. En outre, la faible valeur du couplage quadratique ($\Gamma_Q T_0 \ll \sqrt{L}$) entraîne que l'amortissement des oscillations, lié à la fois à un effet de brouillage et à la relaxation des phonons, est un phénomène irréversible relativement lent. On peut donc observer transitoirement le mouvement cohérent des phonons

confinés sur une échelle de temps spécifiée par le temps de fausse décohérence ($\Gamma_Q T_0 \ll 1$). On notera que de par la faible valeur du couplage linéaire, le taux de vraie décohérence complète reste faible (le temps de vraie décohérence Υ_ℓ^{-1} est long devant tous les autres temps).

Par conséquent, la décohérence du qubit est clairement dominée par le processus de fausse décohérence. Le facteur de décohérence montre des oscillations presque périodiques, de presque-période $T_0 \sim L\tau_c$, qui suivent globalement une courbe qui décroît de manière gaussienne pour finalement tendre vers zéro aux temps longs.

- *Couplage linéaire faible - couplage quadratique fort*
($\chi=10$ pN, $\delta W=1.0$ Nm⁻¹, $\gamma_0=0.1$ cm⁻¹)

Paramètres (unité Ω_c):

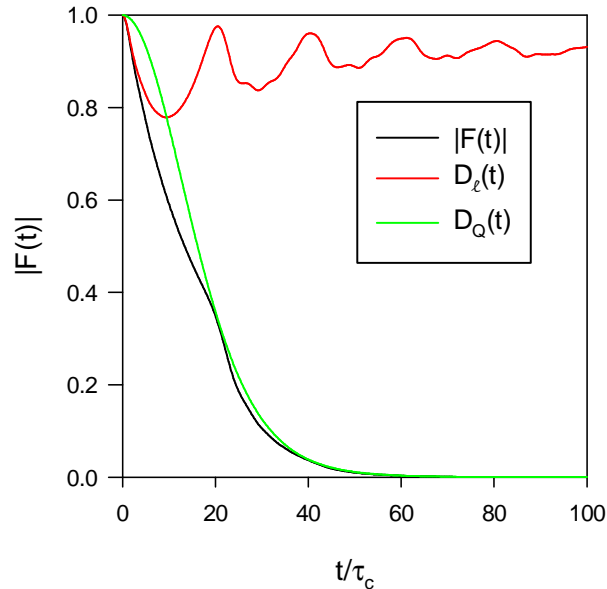
L	θ	Δ_ℓ	Δ_Q	η
20	2.15	4.16×10^{-2}	3.33×10^{-2}	1.03×10^{-3}

Temps typiques (unité τ_c):

T_0	Γ_ℓ^{-1}	Γ_Q^{-1}	Υ_0^{-1}	$\sqrt{L}\Gamma_Q^{-1}$	Υ_ℓ^{-1}
20	16.75	13.23	484.29	59.18	2899.32

$$L=20 - T=300 \text{ K} - \chi=10 \text{ pN} - \delta W=1.0 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\theta=2.15 - \Delta_\ell=4.16 \times 10^{-2} - \Delta_Q=3.33 \times 10^{-2}$$



A partir de la situation précédente, l'augmentation du couplage quadratique qubit-phonon à deux conséquences. Tout d'abord, on obtient une situation pour laquelle $\Gamma_Q T_0 \sim \sqrt{L}$ si bien que l'amortissement des oscillations est maintenant dominé par le processus de brouillage et il prend place rapidement. Ensuite, le temps de fausse décohérence devient plus rapide que le

temps de récurrence classique : $\Gamma_Q T_0 \gg 1$. Par conséquent, le facteur de décohérence décroît rapidement en suivant la gaussienne qui caractérise la fausse décohérence. On ne distingue quasiment plus d'oscillations si bien que la nature cohérente du mouvement des phonons ne se manifeste plus au niveau du facteur de décohérence du qubit.

- *Couplage linéaire fort - couplage quadratique faible*
 $(\chi=30 \text{ pN}, \delta W=0.1 \text{ Nm}^{-1}, \gamma_0=0.1 \text{ cm}^{-1})$

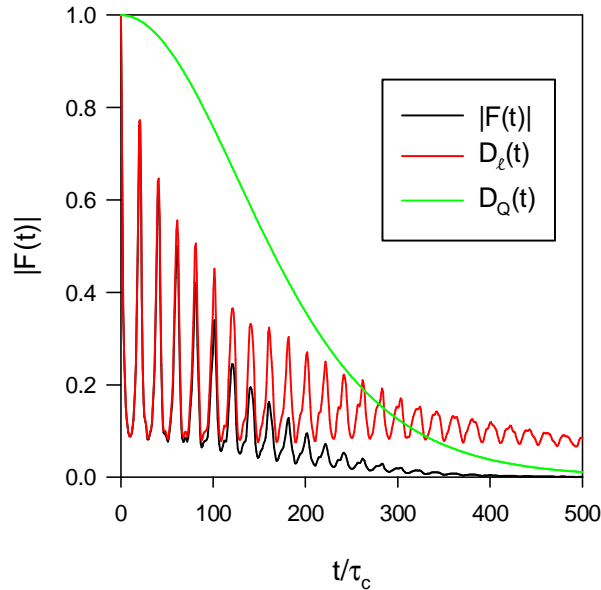
Paramètres (unité Ω_c):

L	θ	Δ_ℓ	Δ_Q	η
20	2.15	1.25×10^{-1}	3.33×10^{-3}	1.03×10^{-3}

Temps typiques (unité τ_c):

T_0	Γ_ℓ^{-1}	Γ_Q^{-1}	γ_0^{-1}	$\sqrt{L}\Gamma_Q^{-1}$	Υ_ℓ^{-1}
20	1.86	132.34	484.29	591.87	316.87

L=20 - T=300 K - $\chi=30 \text{ pN}$ - $\delta W=0.1 \text{ Nm}^{-1}$
 $\theta=2.15$ - $\Delta_\ell=1.25 \times 10^{-1}$ - $\Delta_Q=3.33 \times 10^{-3}$



A partir du régime "under-damped phonons" ($\gamma_0 T_0 \ll 1$) et pour un couplage qubit-phonon quadratique faible, l'augmentation du couplage qubit-phonon linéaire entraîne un accroissement de l'amplitude des oscillations associées au phénomène de déphasage-rephasage ($\Gamma_\ell T_0 \gg 1$). Ainsi, sur une échelle de temps T_0 , un déphasage presque complet apparaît, ce déphasage n'étant plus exactement compensé par le rephasage suivant essentiellement du fait de la dispersion des phonons. Cette succession de déphasage-rephasage est alors modulé par le facteur de fausse décohérence qui induit une décroissance de la cohérence du qubit. En d'autres termes, dans ce régime, on observe le processus de vraie décohérence incomplète mais sur une échelle de temps spécifiée par la fausse décohérence.

- *Couplage linéaire fort - couplage quadratique fort*
 ($\chi=30$ pN, $\delta W=1.0$ Nm⁻¹, $\gamma_0=0.1$ cm⁻¹)

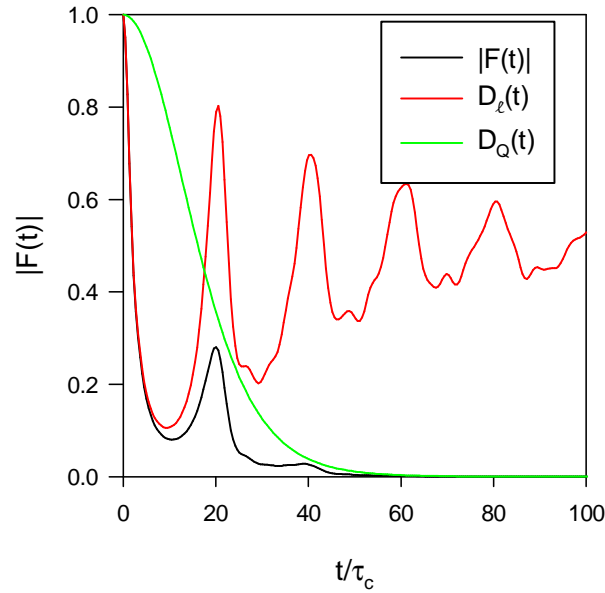
Paramètres (unité Ω_c):

L	θ	Δ_ℓ	Δ_Q	η
20	2.15	1.25×10^{-1}	3.33×10^{-2}	1.03×10^{-3}

Temps typiques (unité τ_c):

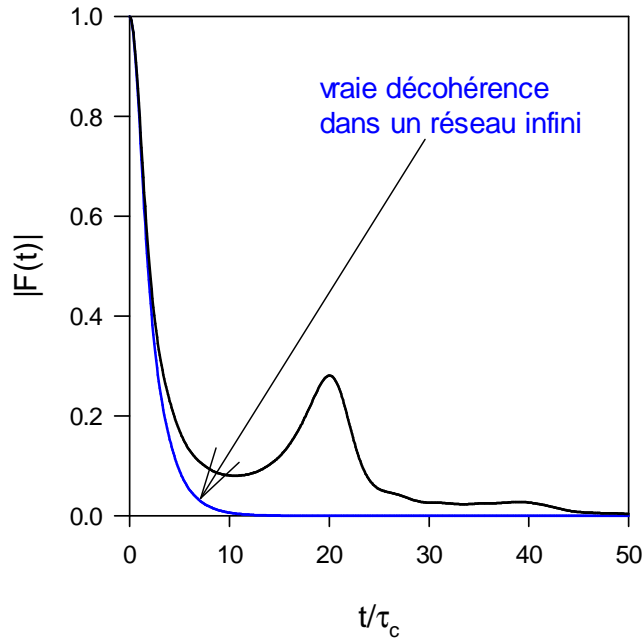
T_0	Γ_ℓ^{-1}	Γ_Q^{-1}	γ_0^{-1}	$\sqrt{L}\Gamma_Q^{-1}$	Υ_ℓ^{-1}
20	1.86	13.23	484.29	59.18	322.14

L=20 - T=300 K - $\chi=30$ pN - $\delta W=1.0$ Nm⁻¹
 $\theta=2.15$ - $\Delta_\ell=1.25 \times 10^{-1}$ - $\Delta_Q=3.33 \times 10^{-2}$



Finalement, l'augmentation du couplage qubit-phonon quadratique entraîne un rapide amortissement des oscillations dominé par le processus d'interférence ($\Gamma_Q T_0 \sim \sqrt{L}$). Mais il induit aussi un processus de fausse décohérence plus rapide ($\Gamma_Q T_0 \gg 1$). En d'autres termes, on réduit considérablement la fenêtre temporelle durant laquelle on observe le processus de vraie décohérence. Le facteur de décohérence décroît alors rapidement compte tenu de l'écrantage induit par la gaussienne qui caractérise la fausse décohérence et on ne distingue quasiment plus d'oscillations

Ainsi, la fausse décohérence "sélectionne" clairement le premier processus de déphasage qui est presque isomorphe à la décohérence quantique qui se produit dans un réseau infini en l'absence de couplage qubit-phonon quadratique et de couplage phonon-environnement (voir la courbe suivante). Une légère différence apparaît du fait de l'apparition du processus de rephasage.



- *Conclusion sur le régime "under-damped phonons" ($\gamma_0 T_0 \ll 1$)*
 \Rightarrow amortissement des oscillations par relaxation des phonons très lent

- **Couplage qubit-phonon linéaire faible : $\Gamma_\ell T_0 \ll 1$**
 \Rightarrow oscillations de faible amplitude révélatrice des processus de déphasage-rephasage
 - ❖ *Couplage qubit-phonon quadratique faible : $\Gamma_Q T_0 \ll 1$ et $\Gamma_Q T_0 \ll \sqrt{L}$*
 \Rightarrow amortissement des oscillations par brouillage très lent
 \Rightarrow observation des oscillations : nature cohérente des phonons confinés
 \Rightarrow écrantage de la vraie décohérence incomplète par la fausse décohérence
 $\Upsilon_\ell \ll \Gamma_Q$: pas d'observation de la vraie décohérence complète

 - ❖ *Couplage qubit-phonon quadratique fort : $\Gamma_Q T_0 \gg 1$ et $\Gamma_Q T_0 \sim \sqrt{L}$*
 \Rightarrow amortissement des oscillations par brouillage assez rapide
 \Rightarrow plus d'oscillations : pas de signature du mouvement cohérent des phonons
 \Rightarrow rapide décohérence en suivant la gaussienne (fausse décohérence)
 $\Upsilon_\ell \ll \Gamma_Q$: pas d'observation de la vraie décohérence complète

- **Couplage qubit-phonon linéaire fort : $\Gamma_\ell T_0 \gg 1$**
 \Rightarrow oscillations de forte amplitude + distorsion par dispersion
 - ❖ *Couplage qubit-phonon quadratique faible : $\Gamma_Q T_0 \ll 1$ et $\Gamma_Q T_0 \ll \sqrt{L}$*
 \Rightarrow amortissement des oscillations par brouillage très lent

⇒ observation des oscillations : nature cohérente des phonons confinés
⇒ écrantage de la vraie décohérence incomplète par la fausse décohérence
 $\Upsilon_\ell \ll \Gamma_Q$: pas d'observation de la vraie décohérence complète

❖ *Couplage qubit-phonon quadratique fort* : $\Gamma_Q T_0 \gg 1$ et $\Gamma_Q T_0 \sim \sqrt{L}$

⇒ amortissement des oscillations par brouillage assez rapide
⇒ pas ou peu d'oscillations : pas de signature du mouvement cohérent des phonons
⇒ rapide décohérence en suivant principalement la courbe de déphasage qui traduit la vraie décohérence qui survient dans un réseau infini.
 $\Upsilon_\ell \ll \Gamma_Q$: pas d'observation de la vraie décohérence complète

6.3. Le régime over-damped phonons

Dans ce régime, le temps de relaxation des phonons $T_{ph} = \gamma_0^{-1}$ est court devant le temps de récurrence "classique": $T_0 = L\tau_c$. Il n'est donc plus possible d'observer la nature cohérente du mouvement des phonons confinés.

- *Couplage linéaire faible - couplage quadratique faible*
($\chi=10$ pN, $\delta W=0.1$ Nm⁻¹, $\gamma_0=5.0$ cm⁻¹)

Paramètres (unité Ω_c) :

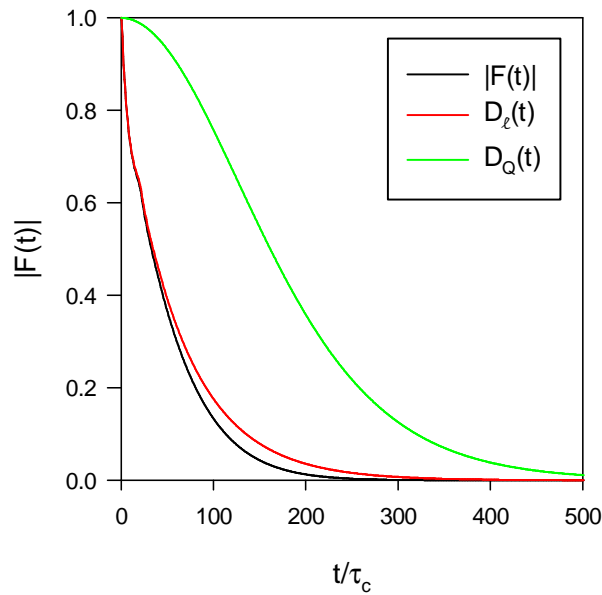
L	θ	Δ_ℓ	Δ_Q	η
20	2.15	4.16×10^{-2}	3.33×10^{-3}	5.16×10^{-2}

Temps typiques (unité τ_c) :

T_0	Γ_ℓ^{-1}	Γ_Q^{-1}	γ_0^{-1}	$\sqrt{L}\Gamma_Q^{-1}$	Y_ℓ^{-1}
20	16.75	132.34	9.68	591.87	62.19

$$L=20 - T=300 \text{ K} - \chi=10 \text{ pN} - \delta W=0.1 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\theta=2.15 - \Delta_\ell=4.16 \times 10^{-2} - \Delta_Q=3.33 \times 10^{-3}$$



Dans le régime "over-damped phonons", le temps de relaxation des phonons est court devant le temps de récurrence classique ($\gamma_0 T_0 \gg 1$) si bien qu'il n'est plus possible d'observer les oscillations révélatrices des processus de déphasage-rephasage. La vraie décohérence devient alors complète, traduisant ainsi une décroissance du facteur de décohérence typiquement exponentielle selon un taux Y_ℓ . Or, dans la limite des couplages qubit-phonon linéaire et quadratique faibles, Y_ℓ domine le taux de fausse décohérence ($Y_\ell \gg \Gamma_Q$). Par conséquent, la décohérence du qubit est clairement dominée par le processus de vraie décohérence dont la complétude est assurée par la durée de vie finie des phonons.

- *Couplage linéaire faible - couplage quadratique fort*
 ($\chi=10$ pN, $\delta W=1.0$ Nm⁻¹, $\gamma_0=5.0$ cm⁻¹)

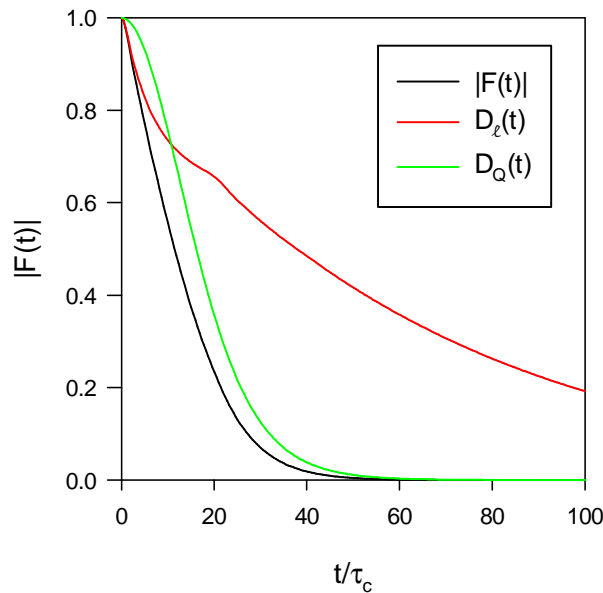
Paramètres (unité Ω_c) :

L	θ	Δ_ℓ	Δ_Q	η
20	2.15	4.16×10^{-2}	3.33×10^{-2}	5.16×10^{-2}

Temps typiques (unité τ_c) :

T_0	Γ_ℓ^{-1}	Γ_Q^{-1}	γ_0^{-1}	$\sqrt{L}\Gamma_Q^{-1}$	Y_ℓ^{-1}
20	16.75	13.23	9.68	59.18	63.16

L=20 - T=300 K - $\chi=10$ pN - $\delta W=1.0$ Nm⁻¹
 $\theta=2.15$ - $\Delta_\ell=4.16 \times 10^{-2}$ - $\Delta_Q=3.33 \times 10^{-2}$



Par rapport à la situation précédente, l'effet principal de l'augmentation du couplage qubit-phonon quadratique est d'entraîner une augmentation du taux de fausse décohérence par rapport au taux de vraie décohérence complète : $Y_\ell \ll \Gamma_Q$. Par conséquent, la décroissance temporelle du facteur de décohérence est clairement dominée par le processus de fausse décohérence.

- *Couplage linéaire fort - couplage quadratique faible*
 ($\chi=30$ pN, $\delta W=0.1$ Nm⁻¹, $\gamma_0=5.0$ cm⁻¹)

Paramètres (unité Ω_c) :

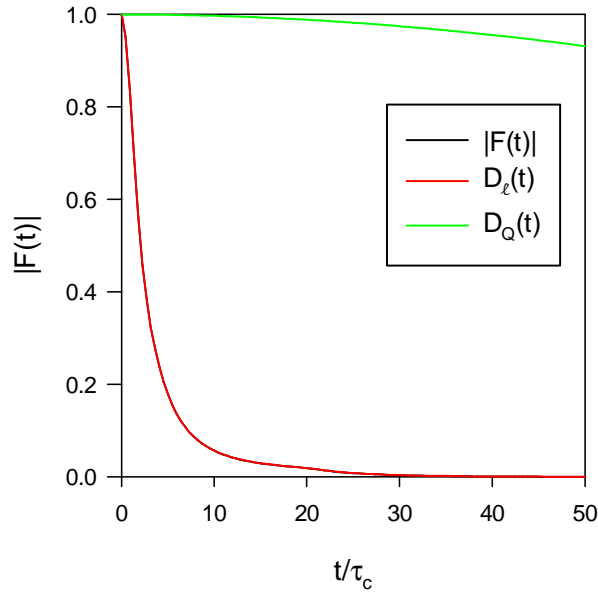
L	θ	Δ_ℓ	Δ_Q	η
20	2.15	1.25×10^{-1}	3.33×10^{-3}	5.16×10^{-2}

Temps typiques (unité τ_c) :

T_0	Γ_ℓ^{-1}	Γ_Q^{-1}	γ_0^{-1}	$\sqrt{L}\Gamma_Q^{-1}$	Y_ℓ^{-1}
20	1.86	132.34	9.68	591.87	6.91

$$L=20 - T=300 \text{ K} - \chi=30 \text{ pN} - \delta W=0.1 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\theta=2.15 - \Delta_\ell=1.25 \times 10^{-1} - \Delta_Q=3.33 \times 10^{-3}$$



A partir du régime "over-damped phonons" et pour un couplage qubit-phonon quadratique faible, l'augmentation du couplage qubit-phonon linéaire exalte le processus de vraie décohérence complète ($Y_\ell \gg \Gamma_Q$). Le facteur de décohérence du qubit est quasiment insensible au processus de fausse décohérence et il montre une décroissance exponentielle avec un taux Y_ℓ .

- *Couplage linéaire fort - couplage quadratique fort*
($\chi=30 \text{ pN}$, $\delta W=1.0 \text{ Nm}^{-1}$, $\gamma_0=5.0 \text{ cm}^{-1}$)

 Paramètres (unité Ω_c) :

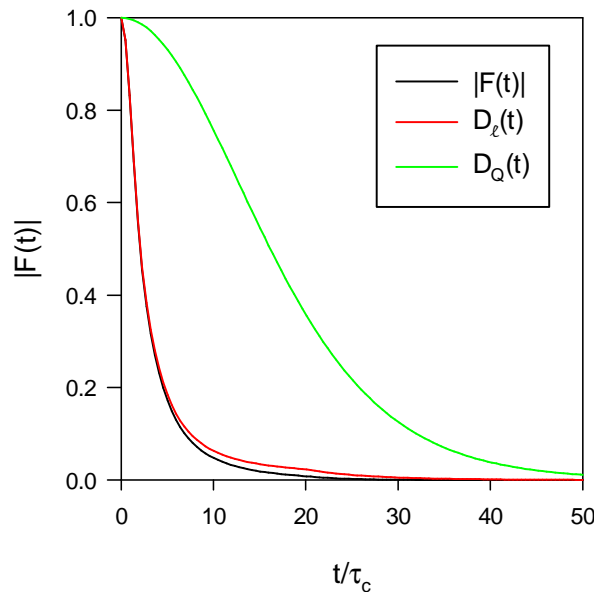
L	θ	Δ_ℓ	Δ_Q	η
20	2.15	1.25×10^{-1}	3.33×10^{-2}	5.16×10^{-2}

 Temps typiques (unité τ_c) :

T_0	Γ_ℓ^{-1}	Γ_Q^{-1}	γ_0^{-1}	$\sqrt{L}\Gamma_Q^{-1}$	Y_ℓ^{-1}
20	1.86	13.23	9.68	59.18	7.01

$$L=20 - T=300 \text{ K} - \chi=30 \text{ pN} - \delta W=1.0 \text{ Nm}^{-1}$$

$$\theta=2.15 - \Delta_\ell=1.25 \times 10^{-1} - \Delta_Q=3.33 \times 10^{-2}$$



Finalement, à partir d'un régime de couplage linéaire fort, l'augmentation du couplage qubit-phonon quadratique ne change pas de manière significative la physique de la décohérence du qubit. Etant toujours dans la situation $\Upsilon_\ell \gg \Gamma_Q$, celle-ci suit encore une loi presque exponentielle révélatrice du processus de vraie décohérence complète induit par la relaxation des phonons. La décohérence du qubit est alors presque indépendante de la fausse décohérence. Bien sûr, si le couplage quadratique augmente encore, on devrait observer une influence plus prononcée de la fausse décohérence, voire une compétition entre fausse décohérence et vraie décohérence complète.

- *Conclusion sur le régime "over-damped phonons" ($\gamma_0 T_0 \ll 1$)*

⇒ Relaxation des phonons très rapide devant le temps de récurrence classique

⇒ Pas d'observation du mouvement cohérent des phonons

⇒ Vraie décohérence dont la complétude est induite par la rapide relaxation des phonons

- **Couplage qubit-phonon linéaire faible** : $\Gamma_\ell T_0 \ll 1$

- ❖ *Couplage qubit-phonon quadratique faible* : $\Gamma_Q T_0 \ll 1$ et $\Gamma_Q T_0 \ll \sqrt{L}$

- ⇒ $\Upsilon_\ell \gg \Gamma_Q$: phénomène de vraie décohérence complète

- ❖ *Couplage qubit-phonon quadratique fort* : $\Gamma_Q T_0 \gg 1$ et $\Gamma_Q T_0 \sim \sqrt{L}$

- ⇒ $\Upsilon_\ell \gg \Gamma_Q$: rapide décohérence en suivant la gaussienne (fausse décohérence)

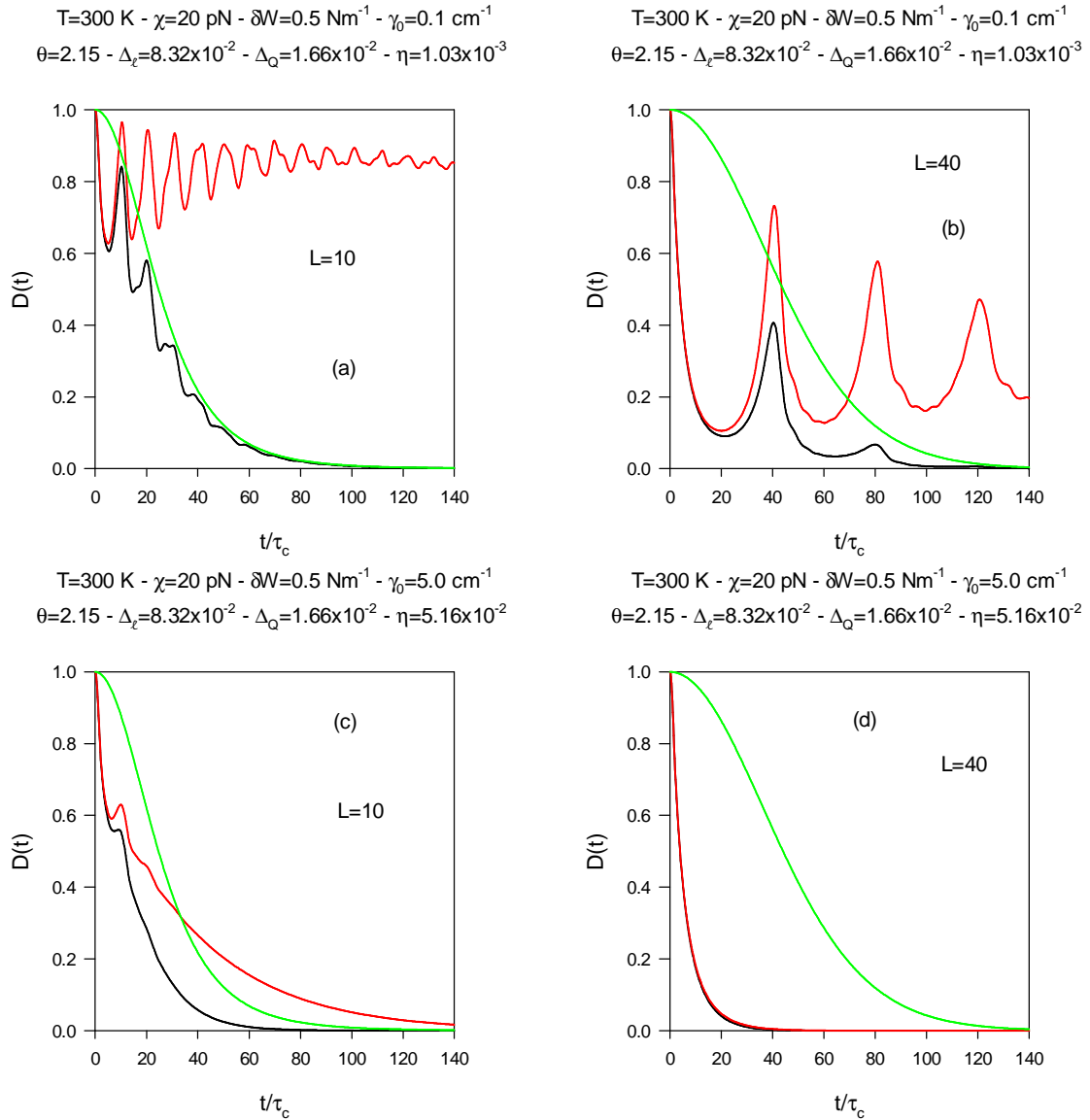
- **Couplage qubit-phonon linéaire fort** : $\Gamma_\ell T_0 \gg 1$

- ⇒ Pas ou peu d'influence du couplage quadratique pour les valeurs considérées

- ⇒ $\Upsilon_\ell \gg \Gamma_Q$: phénomène de vraie décohérence complète

6.4. Influence de la taille du réseau

L'influence du confinement sur la décohérence du qubit s'effectue à travers la dépendance de certains paramètres par rapport à la taille du réseau. En particulier, comme cela est illustré sur les figures suivantes, de tels effets résultent essentiellement du fait que i) le temps de récurrence classique T_0 et ii) le temps de fausse décohérence Γ_Q^{-1} augmentent avec la taille du réseau.



Dans le régime under-damped phonons, les effets de taille sont assez significatifs comme cela est illustré sur les figures a et b. Pour $L=10$ (figure a), la perte de la cohérence du qubit est dominée par le processus de fausse décohérence. Le facteur de décohérence montre des oscillations de faibles amplitudes qui décroissent globalement en suivant une loi gaussienne. Lorsque $L=40$ (figure b), le temps de récurrence classique T_0 est multiplié par 4. On passe

d'un régime de couplage linéaire modéré ($\Gamma_\ell T_0 = 2.4$) à un régime de couplage linéaire plus important ($\Gamma_\ell T_0 = 9.5$). Ceci se traduit par une augmentation de l'amplitude des oscillations liées au processus de déphasage-rephasage. Mais dans le même temps, puisque $\Gamma_Q \sim 1/\sqrt{L}$, le temps de fausse décohérence est multiplié par 2. On a donc un effet d'écrantage 2 plus fois plus rapide du processus de vraie décohérence incomplète par la décroissance gaussienne de la fausse décohérence.

Dans le régime over-damped phonons, l'influence de la taille devient très vite peu significative comme illustré sur les figures c et d. Pour $L=10$ (figure c), la relaxation des phonons s'effectue sur un temps voisin du temps de récurrence classique ($\gamma_0 T_0 = 1.03$) : on se trouve plutôt dans un régime intermédiaire de damped-phonons. La décohérence du qubit résulte de la compétition entre une vraie décohérence complète aux temps courts et une fausse décohérence aux temps longs. On notera l'observation d'une oscillations ... Lorsque $L=40$ (figure d), le décohérence est clairement la signature d'un processus de vraie décohérence complète entièrement liée à la relaxation des phonons.

6.5. Conclusion

Dans le régime "under-damped phonons" ($\gamma_0 T_0 \ll 1$), la durée de vie des phonons est longue devant le temps de récurrence classique qui caractérise la dynamique des phonons confinés (allers-retours des ondes acoustiques et effet mémoire). Par conséquent, le comportement du facteur de décohérence du qubit résulte de l'interdépendance entre deux mécanismes : un processus de vraie décohérence incomplète dû principalement au couplage qubit-phonon linéaire (série de déphasage-rephasage presque périodique et faiblement amorti) et un processus de fausse décohérence dû au couplage qubit-phonon quadratique. Selon la valeur des paramètres différents régimes prennent place.

- Pour un couplage linéaire faible ($\Gamma_\ell T_0 \ll 1$), **la décohérence quantique du qubit est clairement dominée par le processus de fausse décohérence**. Mais deux situations apparaissent selon l'intensité du couplage quadratique. Pour un couplage quadratique faible ($\Gamma_Q T_0 \ll 1 - \Gamma_Q \ll \Gamma_\ell$), le facteur de décohérence montre des oscillations presque-périodique de faible amplitude modulées par la décroissance gaussienne relativement lente qui caractérise la fausse décohérence. A l'inverse, pour un couplage quadratique fort ($\Gamma_Q T_0 \gg 1 - \Gamma_Q \gg \Gamma_\ell$), la fausse décohérence devient plus rapide que la presque-période des processus de déphasage-rephasage. On ne distingue quasiment plus d'oscillations et le facteur de décohérence décroît rapidement selon une loi gaussienne.
- Pour un couplage linéaire fort ($\Gamma_\ell T_0 \gg 1$), la décroissance du degré de cohérence du qubit résulte essentiellement du **phénomène d'écrantage de la vraie décohérence incomplète par le processus de fausse décohérence**. Cette décroissance gaussienne définit l'échelle de temps sur laquelle la vraie décohérence incomplète prend place.

Puisqu'un temps limite apparaît, on brise l'incomplétude de la vraie décohérence et on favorise l'apparition d'une perte de cohérence complète. Pour les faibles couplages quadratiques ($\Gamma_Q T_0 \ll 1 - \Gamma_Q \ll \Gamma_\ell$) la décohérence du qubit traduit le fait que chaque processus de déphasage est clairement non compensé par le processus de rephasage qui suit sur l'échelle de temps Γ_Q^{-1} . Pour les forts couplages quadratiques ($\Gamma_Q T_0 \gg 1 - \Gamma_Q \gg \Gamma_\ell$), l'écrantage gaussien devient si important que l'on ne peut plus observer de rephasages significatifs. La perte de la cohérence traduit alors un processus de déphasage isomorphe à celui qui apparaît dans un réseau infini.

Dans le régime "over-damped phonons" ($\gamma_0 T_0 \gg 1$), la relaxation des phonons est si rapide par rapport au temps de récurrence classique qu'il n'est plus possible d'observer leur nature cohérente liée au confinement. Le processus de vraie décohérence incomplète disparaît pour laisser place à un processus de vraie décohérence complète, la complétude étant assurée par la relaxation des phonons. Par conséquent, le comportement du facteur de décohérence du qubit résulte de la compétition entre cette vraie décohérence complète, proportionnelle au couplage qubit-phonon linéaire, et le processus de fausse décohérence dû au couplage qubit-phonon quadratique. Selon la valeur des paramètres différents régimes prennent place.

- Pour un couplage linéaire faible ($\Gamma_\ell T_0 \ll 1$), une réelle compétition apparaît. **Le processus de vraie décohérence complète domine la perte de la cohérence quantique du qubit lorsque le couplage qubit-phonon quadratique est suffisamment faible ($\Gamma_Q \ll \Gamma_\ell$).** A l'inverse, lorsque le couplage quadratique devient assez fort ($\Gamma_Q \gg \Gamma_\ell$), **la décohérence du qubit est clairement dominée par le mécanisme de fausse décohérence.**
- Pour un couplage linéaire relativement fort ($\Gamma_\ell T_0 \gg 1$), le processus de décohérence devient quasiment indépendant du couplage qubit-phonon quadratique. Il est clairement dominé par le mécanisme **de vraie décohérence complète** qui apparaît toujours plus rapide que la fausse décohérence pour les paramètres utilisés ($\Gamma_Q \ll \Gamma_\ell$ pour les paramètres physiquement pertinents).